2009

1. Doi biciclişti pleacă simultan unul spre celălalt, din localitățile A şi B cu vitezele constante $v_A = 12\,km/h$ şi respectiv $v_B = 8\,km/h$. Cei doi biciclişti se întâlnesc, apoi, ajungând fiecare în cealaltă localitate, se întorc imediat şi se întâlnesc a doua oară după intervalul de timp $\Delta t = 0{,}6h$ de la prima întâlnire. Se cer:

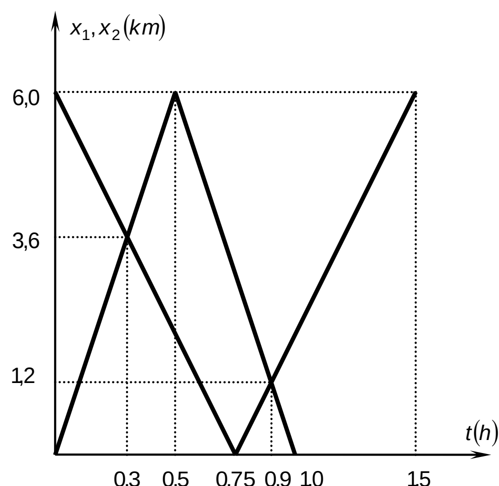
a) distanța dintre cele două localități;

b) distanța dintre punctele în care au avut loc cele două întâlniri ale bicicliştilor;

c) reprezentarea grafică a coordonatelor celor doi biciclişti în raport cu timpul, între momentul plecării şi momentele întoarcerii în localitățile din care au plecat, alegând originea axei în localitatea A şi sensul pozitiv al acesteia de la A spre B.

a) Dacă notăm cu d distanța dintre cele două localități, momentul primei întâlniri se poate exprima:

$$t_1 = \frac{d}{v_A + v_B},$$ **(0,5 puncte)**



iar momentul celei de-a doua întâlniri :

$$t_2 = \frac{3d}{v_A + v_B}.$$ **(0,5 puncte)**

Intervalul de timp scurs între momentele celor două întâlniri va fi :

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2d}{v_A + v_B},$$ **(1 punct)**

de unde :

$$d = \frac{v_A + v_B}{2} \cdot \Delta t = 6km.$$ **(1 punct)**

b) Prima întâlnire se produce după timpul:

$$t_1 = \frac{d}{v_A + v_B} = \frac{\Delta t}{2},$$ **(0,5 puncte)**

iar a doua după timpul:

$$t_2 = \frac{3d}{v_A + v_B} = \frac{3\Delta t}{2}.$$ **(0,5 puncte)**

Distanța față de localitatea A la care se produce prima întâlnire este:

$x_1 = v_A \cdot t_1 = v_A \cdot \frac{\Delta t}{2} = 3{,}6km$, **(0,5 puncte)** iar distanța față de localitatea A la care se produce a doua întâlnire este: $x_2 = 2d - v_A \cdot t_2 = (2v_B - v_A) \cdot \frac{\Delta t}{2} = 1{,}2km$. **(0,5 puncte)**

Distanța dintre punctele în care au avut loc cele două întâlniri ale bicicliştilor va fi:

$\Delta x = x_1 - x_2 = (v_A - v_B) \cdot \Delta t = 2{,}4km$. **(1 punct)**

c) Reprezentarea grafică corectă **(3 puncte)**

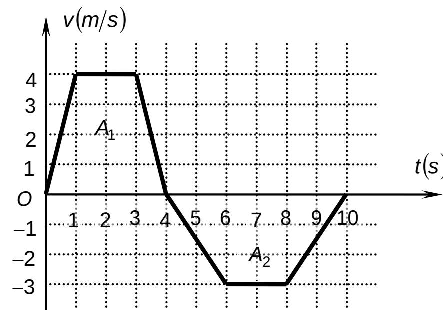
***2.** Un mobil porneşte din originea O pe axa Ox în sensul pozitiv al axei.*

În graficul alăturat este reprezentată variația vitezei mobilului în raport cu timpul.

***a)** Folosind caroiajul trasat cu linii punctate pe grafic determinați ariile A_1 şi A_2. Ce semnificații fizice au cele două arii?*

***b)** La ce distanță de originea O a axei Ox se găseşte mobilul la momentul $t_1 = 6s$ de la începutul mişcării? Dar la momentul $t_2 = 10s$?*

***c)** Care a fost viteza medie şi viteza în modul medie în cele $10s$?*



a) Fără a folosi formula pentru calculul ariei unui trapez se poate observa cu ajutorul caroiajului că aria A_1 este echivalentă cu cea a unui dreptunghi cu baza $3s$ şi înălțimea $4\,m/s$, deci $A_1 = 3s \cdot 4\,m/s = 12m$ **(0,5 puncte)**

şi reprezintă distanța parcursă de mobil în sensul negativ al axei Ox în intervalul de timp $\Delta t \in [4s, 10s]$. **(1 punct)**

La fel, se poate observa cu ajutorul caroiajului că aria A_2 este echivalentă cu cea a unui dreptunghi cu baza $4s$ şi înălțimea $3\,m/s$, deci $A_2 = 4s \cdot 3\,m/s = 12m$ **(0,5 puncte)**

şi reprezintă distanța parcursă de mobil în sensul negativ al axei Ox în intervalul de timp $\Delta t \in [4s, 10s]$. **(1 punct)**

b) După $6s$ mobilul a parcurs în sens pozitiv axei Ox o distanță reprezentată de aria $A_1 = 4s \cdot 3\,m/s = 12m$ şi în sens negativ axei Ox o distanță reprezentată de a patra din A_2, adică $\frac{1}{4}A_2 = \frac{1}{4}4s \cdot 3\,m/s = 3m$. **(1 punct)**

Mobilul se va afla deci la distanța $x_1 = A_1 - \frac{1}{4}A_2 = 9m$ de origine **(1 punct)**

După $10s$ de la începutul mişcării mobilul se va găsi la coordonata :
$x_2 = A_1 - A_2 = 12m - 12m = 0m$ de origine. **(1 punct)**

c) $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - 0}{t_2 - 0} = \frac{0m}{10s} = 0\,m/s$. **(1 punct)**

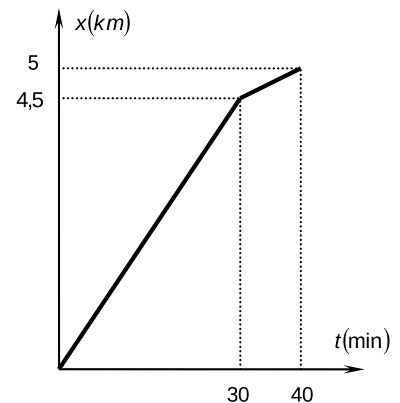
Distanța parcursă în timp de $10s$ este :
$d = A_1 + A_2 = 12m + 12m = 24m$. **(1 punct)**

$|v|_m = \frac{d}{\Delta t} = 2{,}4\,m/s$. **(1 punct)**

3. *a)* *Ai la dispoziție două vase: unul cu capacitatea de 3ℓ şi altul cu capacitatea de 5ℓ. Cum poți lua de la robinet un volum de apă de 4ℓ? Ce volum de apă este consumat de la robinet pentru aceasta?*

b) *Un robinet umple un vas paralelipipedic cu înălțimea de $H = 6dm$ în timpul $t_1 = 2h$, iar un al doilea robinet umple acelaşi vas în timpul $t_2 = 3h$. Pînă la ce înălțime s-ar ridica nivelul apei din vas dacă ar fi lăsate să curgă ambele robinete simultan un timp $t = 0{,}5h$?*

c) *În graficul alăturat este reprezentată legea de mişcare a unei bărci față de maluri, în sensul de curgere a unui râu, care se deplasează un timp $t = 40\,\text{min}$ astfel: un timp $t_1 = 30\,\text{min}$ barcagiul vâsleşte şi un timp $t_2 = 10\,\text{min}$ se odihneşte. Aflați viteza cu care barcagiul ar propulsa barca pe suprafața apei unui lac?*



a) Se umple vasul de 3ℓ cu apa de la robinet şi se răstoarnă în vasul de 5ℓ.
(1punct)

Se umple vasul din nou vasul de 3ℓ cu apa de la robinet şi se toarnă în vasul de 5ℓ până ce acesta se umple; în vasul de 3ℓ rămâne 1ℓ de apă. Se goleşte vasul de 5ℓ şi se toarnă în el apa din vasul de 3ℓ (1ℓ).
(1punct)

Se umple vasul din nou vasul de 3ℓ cu apa de la robinet şi se toarnă peste apa din vasul de 5ℓ, obținându-se astfel un volum de 4ℓ de apă. **(1punct)**

Volumul de apă folosit va fi $3\ell + 3\ell + 3\ell = 9\ell$. **(1punct)**

b) În timpul $t = 0{,}5h$ primul robinet ar face să se ridice nivelul apei în vas la înălțimea $h_1 = \frac{6}{4} = 1{,}5dm$. **(1punct)**

În timpul $t = 0{,}5h$ al doilea robinet ar face să se ridice nivelul apei în vas la înălțimea $h_2 = \frac{6}{6} = 1dm$. **(1punct)**

Nivelul apei din vas s-ar ridica, dacă ar fi lăsate să curgă ambele robinete timp de $t = 0{,}5h$, la $h = h_1 + h_2 = 2{,}5dm$.

c) În timpul $t_1 = 30\,\text{min}$ viteza bărcii față de maluri va fi:

$v_1 = v_b + v_r = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{4{,}5km}{30\,\text{min}} = 0{,}15\,km/\text{min}$. **(0,5puncte)**

În timpul $t_2 = 10\,\text{min}$ viteza bărcii față de maluri va fi:

$v_2 = v_r = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{0{,}5km}{10\,\text{min}} = 0{,}05\,km/\text{min}$. **(0,5puncte)**

Pe apa unui lac barcagiul ar imprima bărcii viteza:
$v_b = v_1 - v_2 = 0{,}1km/\text{min}$. **(1punct)**